パソコンの基本の「き」　第３回　（2 進数で焦点以下を表す）

『パソコンの基本の「き」』の第１回と第 2 回でプラスとマイナスの数を「２進数」で表わせることをお話ししました。

パソコンでは割り算もできます。割った答えに小数点以下があることは当然あります。

この時コンピュータでは、小数点以下をどのように表すのでしょうか。「１０進法」では、例えば 3.14 と書き、数字の間にある点（ドット）は「小数点」と呼んで、小数点を使う数値を「少数点数」または「実数」といいます。ドットの左側に１以上の数を書き、ドットの右側に１未満の数を書きます。小数点は、１以上の桁と１未満の桁を区切る記号だといえます。この小数点を１以上の桁と１未満の桁を区切る記号として使用する実数の表示方法を「固定小数点形式」といいます。

固定小数点形式は、数値を読みやすいのですが、例えば 10 京などのより大きな数値や少数点以下ゼロが 20 も続くより小さな数値を表示すると数字を多く並べる必要があり、かえって読みづらくなります。このようなとき、少ない数値を使用して表示することができる「浮動小数点形式」が使用されます。

浮動小数点形式で 3.14 を表示すると

3.14×10^{0}
0.314×10^{1}
31.4×10^{-1}
314×10^{-2}

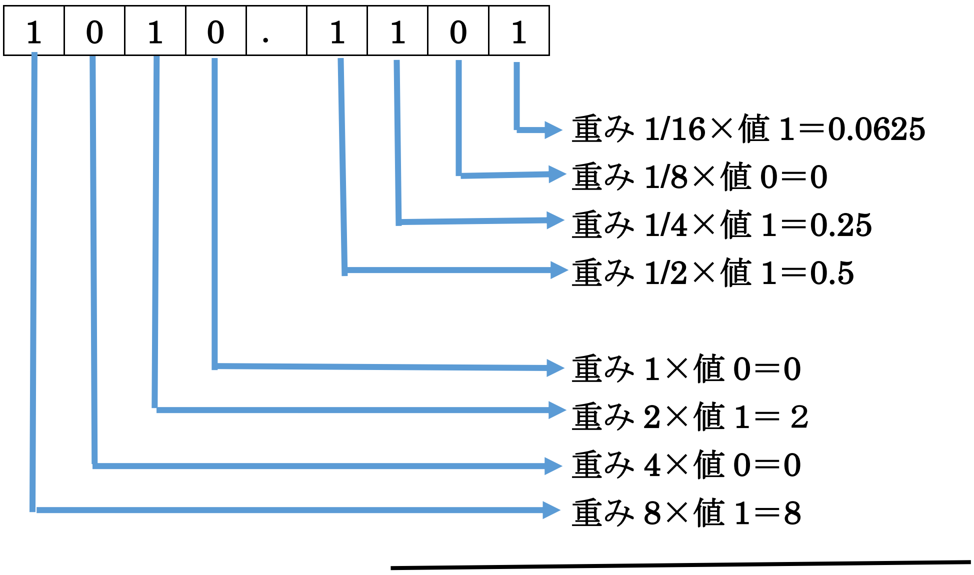
となります。
同じ数値を色々な表示で表わしますが、全て「○○×△△の□□乗」となっています。上の例を見るとわかりますが、この表示では小数点の位置を変化させることができますので「浮動（固定でない）小数点形式」といいます。

実数を表示する場合は、固定小数点形式か浮動小数点形式のいずれかを使います。

さて、「２進数」で実数をどのようにあらわすかを見てみましょう。

まず固定小数点形式の「２進数」0.1 は「１０進数」ではいくつになるでしょう。答えは 0.5 です。「２進数」は桁が上がると重みが２倍になりました。逆に桁が下がれば２倍の反対である重みが 2 分の１になります。「２進数」の 0.1 は、１の２分の１ですから「１０進数」では 0.5 となります。

次の例の「２進数」の 1010.1101 は「１０進数」でいくつになるでしょう。



0.0625+0.25+0.5+2+8＝10.8125

上の計算のように各桁の重みと値を掛けて合計すると「１０進数」で 10.8125 となります。

コンピュータでは「0」と「1」しか表すことができません。従って、実数を上記のように小数点を使う必要のある固定小数点形式を使用できませんので、実数は浮動小数点形式を使用します。

「0」と「1」だけを使って、「○○×△△の□□乗」という形を表現するために、複数桁の 2 進数を部分的に分けて使います。どのように分けるかを規定しているのが IEEE（Institute of Electrical and Electronics Engineers）という通信・電子・情報工学とその関連分野に及ぶ教育的・技術的進歩を目的とした組織です。

「○○×△△の□□乗」の○○を「仮数部（かすうぶ）」△△の部分を「基数部（きすうぶ）」、□□の部分を「指数部」といいます。基数部は、「２進数」では 2 に決まっていますので省略します。仮数部、指数部、そして 0 ならプラス 1 ならマイナスを意味する符号部を使って実数を表します。３つの部分で構成された複雑な形式なので、浮動小数点数形式では、第２回でお話しした全体を「反転して 1」というマイナス表現は使いません。

IEEE が規定する浮動小数点数形式には、64 桁の「２進数」で実数を表す「倍精度浮動小数点数形式（ばいせいど・ふどうしょうすうてんすうけいしき）」と 32 桁の「２進数」で実数を表す「単精度浮動小数点数形式（たんせいど・ふどうしょうすうてんすうけいしき）」の 2 種類があります。桁数の多い倍精度浮動小数点数形式の方が、桁数の少ない単精度浮動小数点数形式より表現できる数の範囲が広くなります。

単精度浮動小数点数形式（全体で 32 ビット）

符号	指数部	仮数部
1 ビット	8 ビット	23 ビット

倍精度浮動小数点数形式

符号	指数部	仮数部
1 ビット	11 ビット	52 ビット

ここで注意が必要なのは「１０進数」で 0.1 のような簡単な下１桁しかない数値でも「２進数」の浮動小数点形式にすると 0.0001100110011001……というように無限に続く循環小数となってしまいます。有限な桁数しかもたないコンピュータでは循環小数のような無限に続く数値は打ち切らざるを得ないため正確な数値を表すことができないことがあります。

たとえば「１０進数」で 0.1×10 は１になります。コンピュータで 0.1×10 の計算をすると１にはなりませんが、有限の桁までの表示にすることで１と表示されます。

コンピュータでは、ある範囲にある桁数の整数の計算では、正確な答えが得られますが、ある範囲を超えた桁数の整数の計算や実数の計算では必ずしも正確な答えが得られません。